**NGUYỄN VĂN HUY**

MÔN XỬ LÝ SỐ LIỆU THỐNG KÊ

**Câu 1:** Cho biến ngẫu nhiên có phân phối (rời) như sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| P | 0,2 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,2 |

1. Tính EX, DX,
2. Tính trung vị, mod, độ bất đối xứng , độ nhọn .

Giải:

được gọi là trung vị của biến ngẫu nhiên nếu:

Bộ dữ liệu đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

là số không nguyên. Do đó trung vị của mẫu là .

vì .

(Vậy không đối xứng và có “đuôi” ở phía trái).

Vậy có đỉnh nhọn hơn đường cong chuẩn thu gọn .

**Câu 2:** Cho X có hàm mật độ

1. Tính EX, DX, trung vị, mod.

Với thỏa yêu cầu của một hàm mật độ là và

Trung vị của X là trị số thỏa:

Vậy trung vị của X là

là giá trị thỏa .

Ta có:

1. Tính

**Câu 3:** Cho X, Y là 2 biến ngẫu nhiên độc lập và có cùng phân phối . Đặt

1. Tính hệ số tương quan của U và T.

Ta có:

Lại có:

Do đó:

Thay vào (\*) ta được:

1. Tìm điều kiện giữa và để U và T độc lập nhau.

Ta thấy X, Y là 2 biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn; U, T là các tổ hợp tuyến tính của X và Y nên cũng có phân phối chuẩn. Vậy nên, U và T độc lập khi và chỉ khi .

Từ câu (a) ta có: Để U, T độc lập thì:

Vậy là điều kiện cần tìm.

**Câu 4:** Cho hàm mật độ đồng thời của 2 biến X, Y là:

1. Tính EX, EY, DX, DY

Hàm mật độ của X, Y lần lượt là:

Cách 2:

1. Tính cov(X, Y) và

Do đó,

Hệ số tương quan:

**Câu 5:** Cho vecto có ,

1. Viết hàm mật độ của

Trong đó:

Cách 2:

1. Viết hàm mật độ có điều kiện .

Đặt

**Câu 6:** Cho bảng phân phối của vecto ngẫu nhiên X, Y:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X  Y | 1 | 2 | 3 |
| 1 | 0,15 | 0,2 | 0,3 |
| 2 | 0,1 | 0,15 | 0,1 |

1. Tính EX, EY, DX, DY.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| X  Y | 1 | 2 | 3 | Tổng dòng |
| 1 | 0,15 | 0,2 | 0,3 | 0,65 |
| 2 | 0,1 | 0,15 | 0,1 | 0,35 |
| Tổng cột | 0,25 | 0,35 | 0,4 | 1 |

Bảng phân phối của biến ngẫu nhiên X:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X | 1 | 2 | 3 |
|  | 0,25 | 0,35 | 0,4 |

Bảng phân phối của biến ngẫu nhiên X:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Y | 1 | 2 |
|  | 0,65 | 0,35 |

1. Lập ma trận hiệp phương sai của (X, Y)

Do đó,

Ma trận hiệp phương sai của (X, Y):

**Câu 7:** Cho biến ngẫu nhiên . Tính . Hãy tính theo một phân phối xác suất đã biết.

Giải:

**Câu 8:** Cho là các biến ngẫu nhiên độc lập và chung phân phối .

là các biến ngẫu nhiên độc lập và chung phân phối .

Đồng thời các độc lập với nhau .

Tính theo một phân phối xác suất đã biết.

Giải:

Ta có:

các độc lập với nhau độc lập.

**Câu 9:** Cho , tìm xác suất để phương trình: không có nghiệm thực.

Giải:

Phương trình: không có nghiệm thực

Vậy nên xác suất cần tìm là:

**Câu 10:** Cho . Đặt với

1. Viết ma trận hiệp phương sai của .
2. Viết hàm mật độ của .

Giải:

Ma trận hiệp phương sai của :

Hàm mật độ của :

**Câu 12:** Cho biến ngẫu nhiên X có phân phối xác suất đối xứng qua a.

Gọi .

CMR: .

Giải:

Cấp 1: .

X có phân phối xác suất đối xứng qua a

Đặt . Khi đó:

Đặt . Khi đó:

Do tính đối xứng nên: . Do đó:

**Câu 13:** Cho Gọi .

CMR: .

Giải:

Hàm mật độ của phân phối chuẩn hóa:

**Câu 14:** Cho X, Y là hai biến ngẫu nhiên, a, b là hai số bất kỳ.

CMR: , trong đó là hệ số tương quan của X và Y.

Dấu = xảy ra .

Giải:

, ta có:

Ta thấy:

Chọn khi đó:

Dấu “=” xãy ra khi:

Mặt khác:

Vậy với mọi thuộc R

Dấu “=” xảy ra

**Câu 15:** Gọi hệ số tương quan giữa X, Y

1. Chứng minh
2. Chứng minh X, Y có quan hệ tuyến tính với xác suất = 1

Giải

1. Ta có:

Ta có:

1. Ta có:

Do điều kiện dấu “=” xảy ra

Vậy

Vậy X, Y có quan hệ tuyến tính với xác suất = 1.

Ngược lại: X, Y có quan hệ tuyến tính với xác suất = 1 thì:

Mà

Khi đó: là đường hồi quy tuyến tính của Y theo X.

**Câu 16:** Cho là n biến ngẫu nhiên có

Gọi là ma trận hiệp phương sai của

Gọi trong đó

Trong đó là phần phụ đại số của phần tử trong ma trận

Tình phương sai của

Giải:

Đặt:

Mà là khai triển của theo dòng 1

Vậy:

**Câu 17:** Cho là n biến ngẫu nhiên có

Gọi là hệ số tương quan riêng giữa 2 biến khi loại bỏ ảnh hưởng của các biến còn lại. tính hệ số tương quan riêng này.

Giải:

Trong đó:

Tương tự,

có được bằng cách từ định thức bỏ đi hàng 1, hàng 2, cột 1, cột 2.

Vậy: . Tính:

Đặt

(Mà )

Vậy

**Câu 18:** Cho là các biến ngẫu nhiên không tương quan lẫn nhau và vetor ngẫu nhiên có phân phối chuẩn n – chiều

Chứng minh: độc lập với nhau.

Giải:

Ta có:

Để chứng tỏ độc lập ta chứng minh:

Ta có:

Đặt . Khi đó:

Vậy độc lập với nhau.

**Câu 19:** Cho độc lập và có cùng phân phối

Gọi , đặt

Chứng minh:

Giải: giả sử

Đặt thì

Thực hiện một phép biến đổi tuyến tính với A là 1 ma trận trực giao có hàng cuối cùng có dạng:

Ta có:

Vì

Vậy

Từ

Ta có:

Do thì:

Vậy , và độc lập và có cùng phân phối

Thì độc lập và có cùng phân phối

Hay:

**Câu 20:** Cho 2 mẫu độc lập có phân phối và

Đặt:

Trong đó:

Chứng minh T có phân phối student với m + n – 2 độ tự do

Giải: ta có:

Do 2 mẫu độc lập nên độc lập

Do 2 mẫu độc lập nên độc lập